Prehľad matematiky

I. ROZDELENIE ČÍSEL

1. **Prirodzené – N:** 1, 2, 3, 4, ...
2. **Celé – Z:** ...., $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ ....
3. **Reálne – R:** 6,4; -7, $\sqrt{5}$, $\frac{6}{7}$; $-\frac{1}{2}$, $-5{,}87$; ....

a. kladné: 8; 6,3; $\sqrt{5}$; $\frac{3}{4}$

b. záporné: -3; $-3{,}4$; $-\sqrt{7}$; $-\frac{11}{3}$

c. nula: ani kladné, ani záporné

II. DELITEĽNOSŤ ČÍSEL

1. **Prvočísla – majú práve dvoch deliteľov – jednotku a samé seba**, napr. 2, 3, 5, 7, 11, ...
2. **Zložené čísla – majú troch a viac deliteľov**, napr. 4, 6, 9, 10, 12, 15, ...
3. **Jednotka – ani zložené číslo, ani prvočíslo**
4. **Nesúdeliteľné čísla – čísla sú nesúdeliteľné vtedy, ak okrem čísla 1 nemajú žiadne spoločné delitele**, napr. 5 a 9 sú nesúdeliteľné

1. Delitele, napr. čísla 12; 12 má 6 deliteľov - 1, 2, 3, 4, 6, 12

12	
1	12
2	6
3	4

2. Prvočíselný rozklad, napr. čísla 12 (delíme **len prvočíslami**); 12 = 2.2.3

12	2
6	2
3	3
1	

3. Násobky, napr. čísla 12 sú 12, 24, 36, ...
4. **Najmenší spoločný násobok** - **n,** hľadáme cez prvočíselný rozklad**, berieme všetky prvočísla s najväčším počtom**

   n (12, 15) = 2.2.3.5 = 60 (lebo máme dve 2, jednu 3 aj v jednom aj v druhom rozklade a jednu 5, aj keď je len v jednom rozklade)

60 :

12	2
6	2
3	3
1	

15	3
5	5
1	

Skúška

12 = 5

60 : 15 = 4

5. Najväčší spoločný deliteľ - D, hľadáme cez prvočíselný rozklad**, berieme všetky prvočísla s najmenším počtom, ktoré sa nachádzajú v oboch rozkladoch**

   D (30, 24) = 2.3 = 6 (v oboch rozkladoch sa nachádzajú prvočísla 2 a 3 a s najmenším počtom je po jednej 2 a jednej 3)

30	2
15	3
5	5
1	

6

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

Skúška:

30:6=5

24:6=4

6. Znaky deliteľnosti

2: Číslo je deliteľné 2, ak sa na mieste jednotiek nachádza párna číslica (ak sa končí párnou číslicou 0,2,4,6,8)
3: Číslo je deliteľné 3, ak ciferný súčet číslic je deliteľný 3
4: Číslo je deliteľné 4, ak posledné dvojčíslie je deliteľné 4
5: Číslo je deliteľné 5, ak sa na mieste jednotiek nachádza nula alebo päť (ak sa končí číslicou 0 alebo 5)
6: Číslo je deliteľné 6, ak je zároveň deliteľné 2 a 3
8: Číslo je deliteľné 8, ak posledné trojčíslie je deliteľné 8
9: Číslo je deliteľné 9, ak ciferný súčet číslic je deliteľný 9
10: Číslo je deliteľné 10, ak sa na mieste jednotiek nachádza nula (ak sa končí číslicou 0)
12: Číslo je deliteľné 12, ak je zároveň deliteľné 3 a 4
15: Číslo je deliteľné 15, ak je zároveň deliteľné 3 a 5

III. POČTOVÉ ÚKONY

Sčítanec + sčítanec = súčet

5 + 8 = 13

8 + (–3) = 5

Menšenec – menšiteľ = rozdiel

20 – 8 = 12

– 12 – (–8) = – 4

Činiteľ . činiteľ = súčin

5 . 8 = 40

8 . (– 6) = – 48

Delenec : deliteľ = podiel

36 : 4 = 9

5 : 8 = 0,625

Pravidlá násobenia a delenia celých čísel:

+ . + = +
+ . – = –
– . + = –
– . – = +

párny počet znamienka **–** = výsledné znamienko **+**
nepárny počet znamienka **–** = výsledné znamienko **–**
absolútna hodnota – vždy kladné číslo**, |–4|=4; |8|=8**
opačné číslo – líšia sa znamienko, napr. 5 a – 5; –6 a 6

IV. MOCNINY A ODMOCNINY

1. $x^0 = 1$
2. $2x^3.7x^5 = 14x^{3+5} = 14x^8$
3. $10x^7:5x^2 = 2x^{7-2} = 2x^5$
4. $10x^2:5x^7 = 2x^{2-7} = 2x^{-5} = \frac{2}{x^5}$
5. $(2x^3)^4 = 2^4x^{3.4} = 16x^{12}$
6. $(x.y)^4 = x^4.y^4$ to isté aj podiel
7. $(x+y)^3 \neq x^3 + y^3$ to isté aj rozdiel

$(-2)^3 = -8$
$-2^3 = -8$

$(-2)^4 = 16$
$-2^4 = -16$
$\sqrt{x.y} = \sqrt{x}.\sqrt{y}$ to isté aj podiel
$\sqrt{x+y} \neq \sqrt{x} + \sqrt{y}$ to isté aj rozdiel

VZORCE

8. $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
9. $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
10. $x^2 - y^2 = (x-y).(x+y)$

a^5 - piata mocnina čísla a (základ a) **a^5 = a.a.a.a.a**

5^4 - štvrtá mocnina čísla 5 (základ 5) **5^4 = 5.5.5.5**

$5.x^3$ - tretia mocnina čísla x (základ x) **$5.x^3$ = 5.x.x.x**

$(-3)^2$ = (-3). (-3) = + 9 **$(-3)^3$ = (-3). (-3). (-3) = - 27**

$-3^2 = -3.\ 3 = -9$ $-3^3 =(-3.3.3 = -27$

$(-3)^8 = +$ lebo mocniteľ je **párny**

$(-3)^{11} = -$ lebo mocniteľ je **nepárny**

$(-3)^0 = 1$

Sčítanie a odčítanie mocnín - sčítavať a odčítavať môžeme iba tie mocniny, ktoré majú **rovnaký základ a rovnakého mocniteľa**

$3x^2 + 5x^3 + 7x^2 - 8x^3 = 10x^2 - 3x^3$ $7a^3 - 2b^3 - 3a^3 + 7b^3 = 4a^3 + 5b^3$

Násobenie mocnín - mocniny s rovnakým základom násobíme tak, že **základ opíšeme a mocnitele spočítame**

$3x^4 .\ 2x^3 = 3.2.x^4.x^3 = 6.x^{4+3} = 6.x^7$ $5^4.5^8 = 5^{4+8} = 5^{12}$

$-8x^7 .\ 3x^3 = -24x^{10}$ $(-3)^5 .\ 3^8 = -3^{13}$

Delenie mocnín - mocniny s rovnakým základom delíme tak, že **základ opíšeme a mocnitele odčítame**

$10x^7 : 2x^3 = \frac{10x^7}{2x^3} = 5x^{7-3} = 5x^4$ $7^8 : 7^3 = 7^{8-3} = 7^5$

$10x^3 : 2x^3 = \frac{10x^3}{2x^3} = 5x^{3-3} = 5x^0 = 5$ (lebo $x^0 = 1$) $7^8 : 7^8 = 7^{8-8} = 7^0 = 1$

$10x^3 : 2x^7 = \frac{10x^3}{2x^7} = 5x^{3-7} = 5x^{-4} = \frac{5}{x^4}$ $7^3 : 7^8 = 7^{3-8} = 7^{-5} = \frac{1}{7^5}$

Umocňovanie mocnín - mocniny umocníme tak, že **základ opíšeme a mocnitele vynásobíme**

$(x^5)^3 = x^5.x^5.x^5 = x.x.x.x.x.x.x.x.x.x.x.x.x.x.x = x^{3.5} = x^{15}$

$(x^7)^8 = x^{7.8} = x^{56}$ $(2x^3)^4 = 2^4.x^{3.4} = 16.x^{12}$ $(-a^3)^8 = (-a)^{3.8} = (-a)^{24} = a^{24}$

V. ZLOMKY

$\frac{5}{8}$

čitateľ

zlomková čiara

menovateľ

pravý zlomok – čitateľ je menší ako menovateľ, napr. $\frac{5}{8}$

nepravý zlomok – čitateľ je väčší ako menovateľ a dá sa upraviť na zmiešané číslo, napr. $\frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$

základný tvar zlomku – zlomok je v základnom tvare vtedy, ak čitateľ a menovateľ sú navzájom nesúdeliteľné čísla

porovnávanie zlomkov – upraviť na spoločného menovateľa alebo prevodom na desatinné číslo $\left(\frac{5}{8} = 5:8 = 0{,}625\right)$

prevrátený zlomok – vymeníme čitateľa za menovateľa, napr. ku $\frac{5}{8}$ je prevrátený zlomok $\frac{8}{5}$

VI. PERCENTÁ

ZÁKLAD = 100% = pôvodné číslo, pôvodná cena pred zlacnením/zdražením, istina, vklad
PERCENTOVÁ ČASŤ (časť základu) = nové číslo, nová cena po zlacnení/zdražení, úrok v banke
POČET PERCENT = % = ročná úroková cena v banke

- počítame cez trojčlenku

VII. PRIAMA A NEPRIAMA ÚMERNOSŤ

1. **priama úmernosť** - veličiny, hodnoty priamo úmerne rastú/klesajú
2. **nepriama úmernosť -** veličiny, hodnoty nie sú priamo úmerné, napr. počet robotníkov a počet dní, za koľko danú prácu vykonajú (počet robotníkov rastie, ale počet dní klesá alebo naopak)

VIII. POMER, MIERKA MAPY

1. **Zmeň v pomere** – napr. zmeň číslo 120 v pomere 3 : 5

   $120.\frac{3}{5} = 72$

   Číslo 120 zmenené v pomere 3 : 5 je číslo 72
2. **Rozdeľ v pomere** – napr. rozdeľ číslo 120 v pomere 3 : 5 : 4

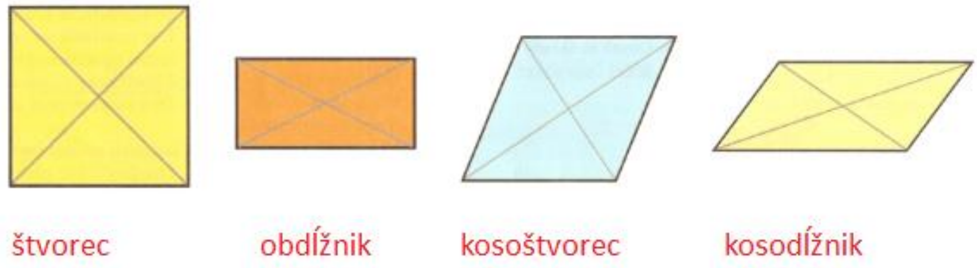
   spolu .... 3 + 5 + 4 = 12 dielov
   1 diel .... 120 : 12 = 10
   3 diely .... 3 . 10 = 30
   5 dielov .... 5 . 10 = 50
   4 diely .... 4 . 10 = 40
   3 : 5 : 4 = 30 : 50 : 40
3. **Mierka mapy** – napr. mierka mapy **1 : 50000** = vzdialenosť **na MAPE** : **SKUTOČNÁ** vzdialenosť znamená, že 1cm na mape je v skutočnosti 50000cm a vždy v pomere musia byť rovnaké jednotky.

   napr. Na mape s mierkou 1 : 20000 je skutočná vzdialenosť dvoch miest 1,6km. Akou dlhou úsečkou bude znázornená táto vzdialenosť na mape?

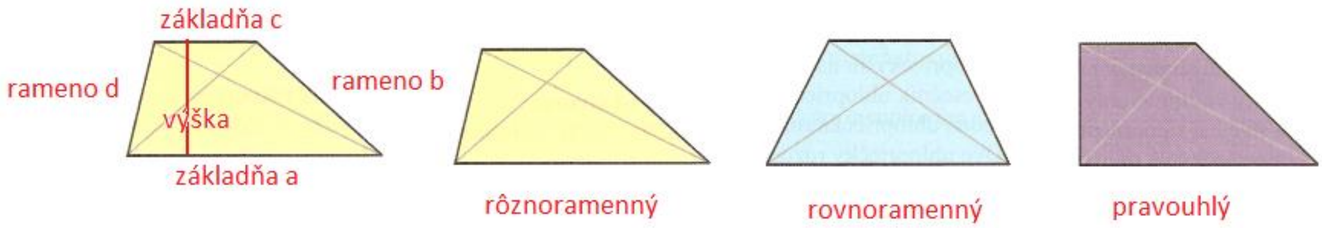
   na mape ... x cm
   skutočná ... 1,6km = 160000cm
   1 : 20000 = x : 160000
   x = 8 cm

IX. ROVINNÉ ÚTVARY A ICH VLASTNOSTI

1. ŠTVOREC – všetky strany zhodné, susedné strany na seba kolmé, uhlopriečky sú na seba kolmé a zhodné
2. OBDĹŽNIK – protiľahlé strany zhodné, susedné na seba kolmé, uhlopriečky nie sú na seba kolmé, ale sú zhodné
3. KOSOŠTVOREC – všetky strany zhodné, protiľahlé strany rovnobežné, uhlopriečky sú na seba kolmé, uhlopriečky nie sú zhodné
4. KOSODĹŽNIK – protiľahlé strany zhodné a rovnobežné, uhlopriečky nie sú na seba kolmé, uhlopriečky nie sú zhodné
5. ROVNOBEŽNÍK – kosoštvorec alebo kosodĺžnik

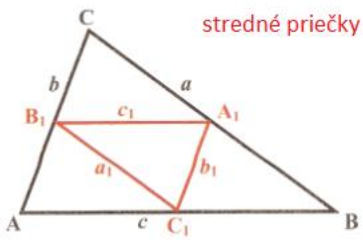


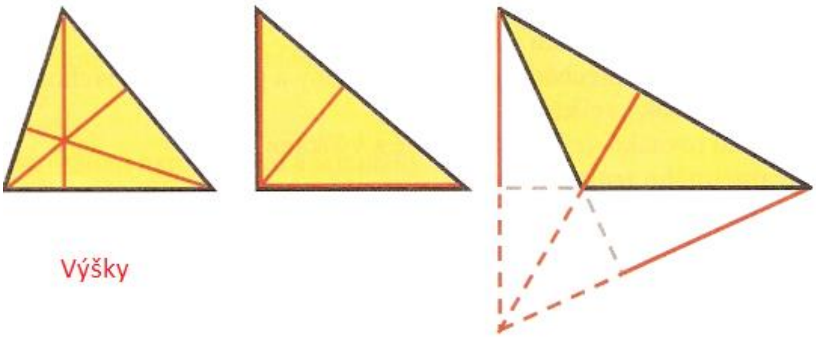
6. LICHOBEŽNÍK – protiľahlé strany rovnobežné – základne (a, c); zvyšné strany – ramená (b, d)
    a. Rôznoramenný – ramená rôznej dĺžky
    b. Rovnoramenný – ramená sú zhodné
    c. Pravouhlý – jedno rameno je kolmé na obe základne

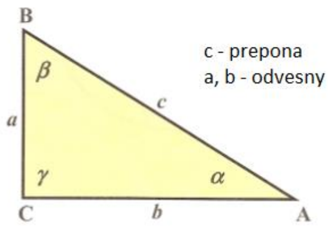


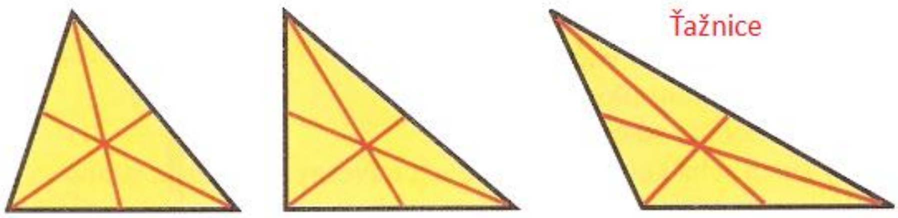
SÚČET VNÚTORNÝCH UHLOV vo štvorci, obdĺžniku, rovnobežníku a lichobežníku je 360°.

7. TROJUHOLNÍK
    – súčet vnútorných uhlov je 180°
    – Stredná priečka – spája stredy protiľahlých strán
    – Výška – kolmica z vrchola na protiľahlú stranu
    – Ťažnica – spája vrchol a stred protiľahlej strany, ťažisko – priesečník ťažníc
    – Pytagorova veta platí len pre pravouhlý Δ

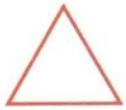
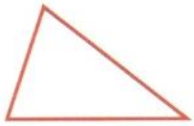
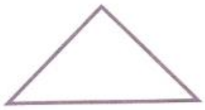






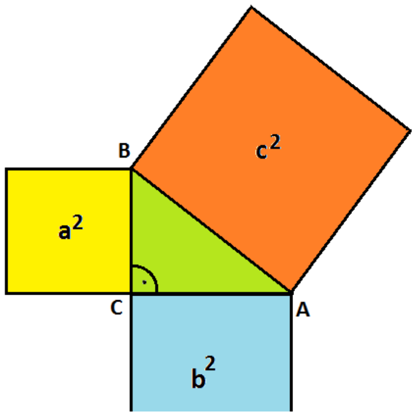


b. Rôznostranný – všetky strany rôzne a platí **trojuholníková nerovnosť pre všetky Δ**
c. Rovnoramenný – dve rovnaké ramená a jedna základňa, uhly pri základni majú rovnakú veľkosť
d. Rovnostranný – všetky strany sú zhodné a vnútorné uhly majú po 60°
e. Ostrouhlý – všetky uhly sú ostré
f. Pravouhlý – jeden uhol pravý, dva ostré
g. Tupouhlý – jeden uhol tupý, dva ostré

Trojuholník	Rovnostranný	Rovnoramenný	Rôznostranný
ostrouhlý			
pravouhlý	....		
tupouhlý	....		

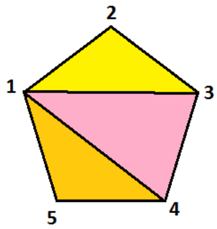
Pytagorova veta – obsah štvorca nad preponou v pravouhlom trojuholníku sa rovná súčtu obsahov štvorcov nad oboma jeho odvesnami

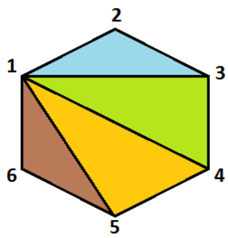
$c^2 = a^2 + b^2$

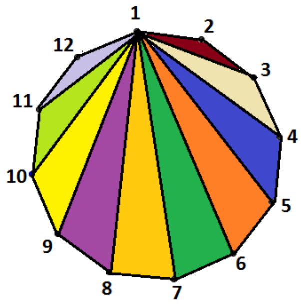


SÚČET VNÚTORNÝCH UHLOV ROVINNÝCH ÚTVAROV

- útvar rozdelíme na neprekrývajúce sa trojuholníky, napr. v 5-uholníku vytvoríme 3 trojuholníky, v 6-uholníku vytvoríme 4 trojuholníky, 7-uholníku vytvoríme 5 trojuholníkov, atď (**počet trojuholníkov = počet vrcholov – 2**)
- 5-uholník má 3 trojuholníky, **potom súčet vnútorných uhlov 5-uholníka je 3.180°= 540°,** podobne aj ostatné útvary



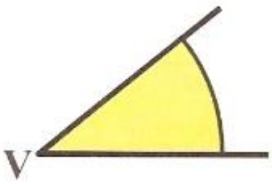




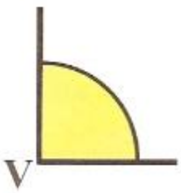
X. UHLY A ICH VLASTNOSTI **1°= 60´**

Rozdelenie uhlov podľa veľkostí:

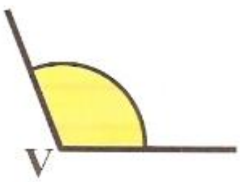
1. ostré = od 0° po 90°



2. pravý = 90°

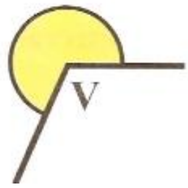


3. tupé = od 90° po 180°



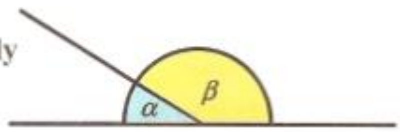
4. priamy = 180°

5. vypuklé = od 180° po 360°

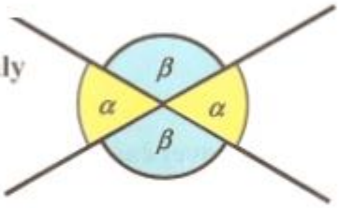


1. **Susedné uhly** majú veľkosť 180° (α, β)
2. **Vrcholové uhly** majú rovnakú veľkosť, sú zhodné

Susedné uhly



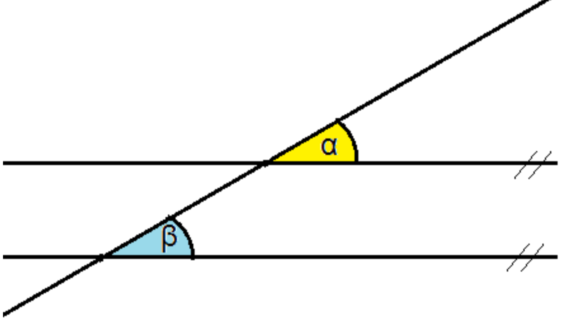
Vrcholové uhly



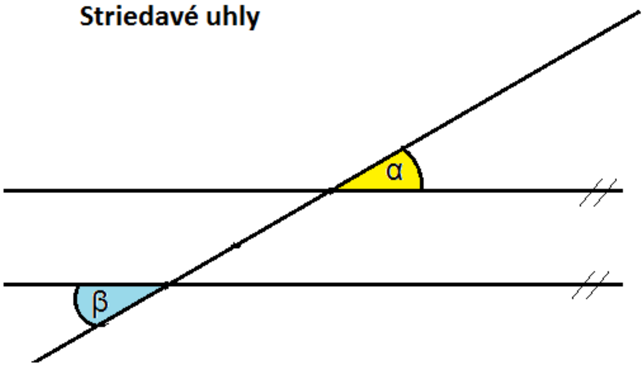
3. **Súhlasné uhly** – ležia v rovnakej polrovine a majú rovnakú veľkosť
4. **Striedavé uhly** – ležia v opačnej polrovine a majú rovnakú veľkosť

XI. KRUH

Súhlasné uhly

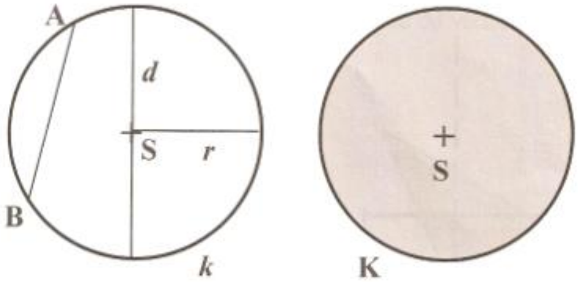


Striedavé uhly

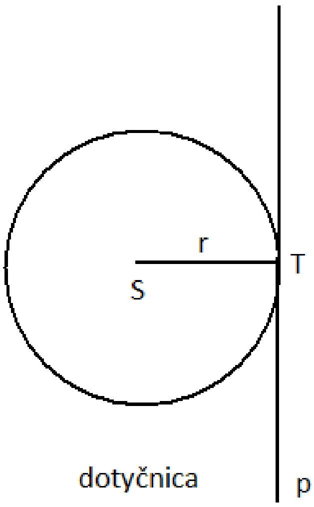


A KRUŽNICA   d = priemer, r = polomer

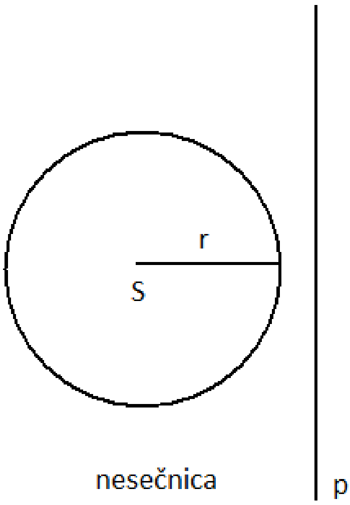
1. **Kruh** $|SX| \leq r$
2. **Kružnica** $|SX| = r$
3. **Tetiva** – úsečka, ktorej krajné body ležia na kružnici
4. **Vpísaná kružnica** Δ – stred kružnice leží na priesečníku osí uhlov Δ
5. **Opísaná kružnica** Δ – stred kružnice leží na priesečníku osí strán Δ
6. **Vzájomná poloha priamky a kružnice**:
    a. Dotyčnica ku kružnici – priamka **VŽDY** kolmá na polomer
    b. Nesečnica – priamka, ktorá nepretína kružnicu
    c. Sečnica – priamka, ktorá pretína kružnicu v dvoch bodoch



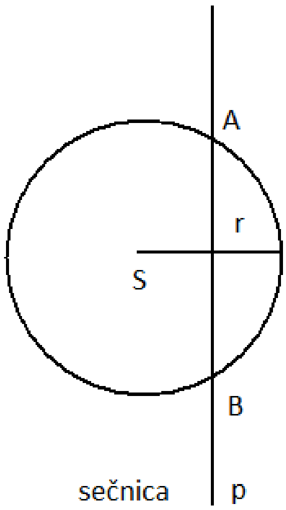
kružnica   kruh



dotyčnica



nesečnica



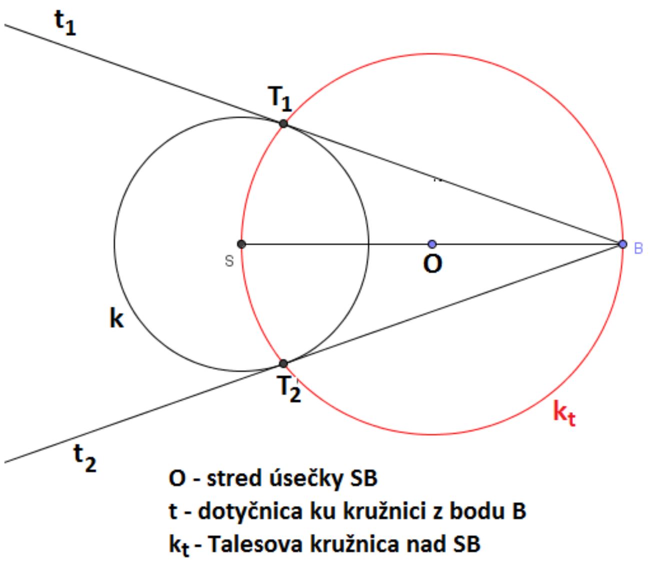
sečnica

7. **Talesova kružnica** – množina vrcholov pravých uhlov všetkých pravouhlých trojuholníkov s preponou AB

Využíva sa pri zostrojení dotyčnice ku kružnici z bodu, ktorý leží mimo kružnice

Postup:

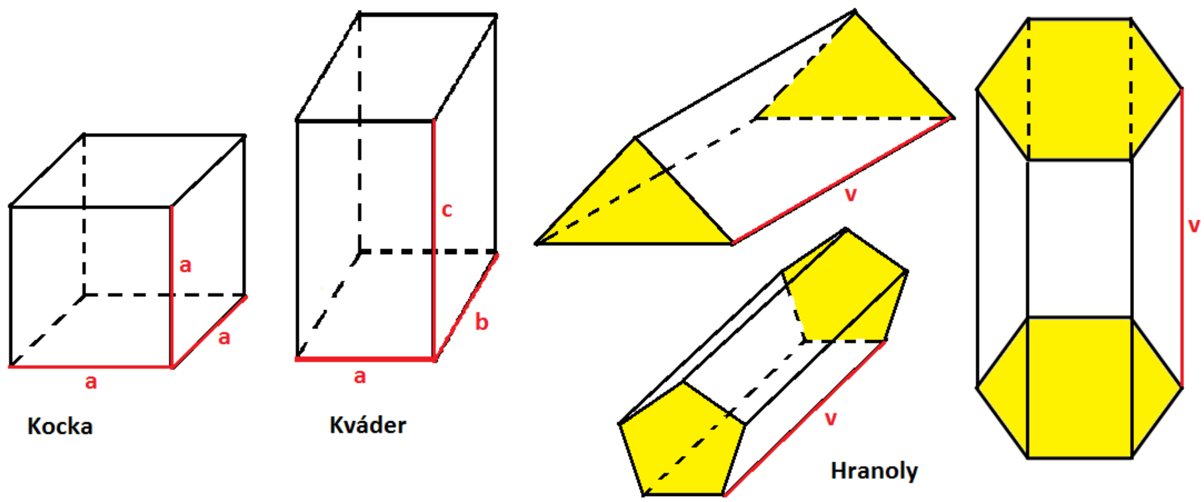
1. spojím body S; B
2. nájdem stred SB, označím O
3. zostrojím Talesovu kružnicu k_t (O; |SO|)
4. $T_{1;} T_1 \in k_t \cap k$
5. dotyčnica $\boldsymbol{t_{1;} t_1} = \overrightarrow{\boldsymbol{BT_1}}$



XII. HRANOLY

1. KOCKA – 6 stien (všetky štvorce), 8 vrcholov, 12 hrán
2. KVÁDER – 6 stien (obdĺžniky), protiľahlé steny sú zhodné, 8 vrcholov, 12 hrán
3. HRANOL – vždy má dve **rovnaké podstavy** a **niekoľko stien,** ktoré **tvoria plášť**. Podstava môže byť trojuholník, štvorec, obdĺžnik, rovnobežník, lichobežník alebo iný rovinný útvar. Vzdialenosť medzi podstavami je **výška**.

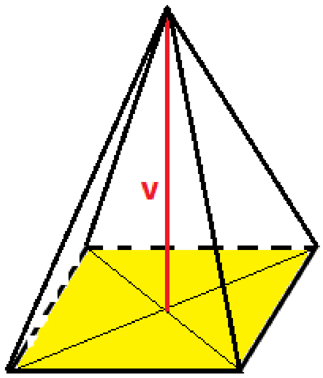
	Počet stien	**Počet vrcholov**	**Počet hrán**
KOCKA	**6**	**8**	**12**
KVÁDER	**6**	**8**	**12**
5-boký hranol	**5+2 =7**	**5.2=10**	**5.3=15**
6-boký hranol	**6+2 = 8**	**6.2=12**	**6.3=18**
7-boký hranol	**7+2 = 9**	**7.2=14**	**7.3=21**
atď			



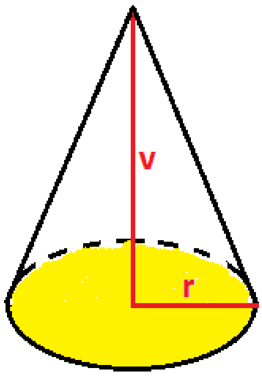
Kocka **Kváder** **Hranoly**

XIII. TELESÁ

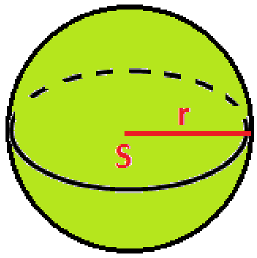
1. IHLAN – podstava je mnohouholník, plášť tvoria trojuholníky, ktorých počet je rovný počtu hrán podstavy
2. KUŽEĽ – podstava je kruh, vzdialenosť stredu kruhu a vrchola kužeľa je výška kužeľa
3. GUĽA – je to množina bodov v priestore, ktoré majú od stredu rovnakú alebo menšiu vzdialenosť ako polomer



Ihlan



Kužeľ



Guľa

XIV. PREMENA JEDNOTIEK

Dĺžka	Plocha/obsah	Objem	Objem
km	km^2	km^3	-
-	ha	-	hl
-	a	-	-
m	m^2	m^3	l
dm	dm^2	dm^3	dl
cm	cm^2	cm^3	cl
mm	mm^2	mm^3	ml
.10 ↓ :10 ↑	.100 ↓ :100 ↑	.1000 ↓ :1000 ↑	.10 ↓ :10 ↑

Jednotky času

1 hod = 60 min = 3600 sekúnd

1 min = 60 sekúnd

Rýchlosť

km/hod $\xrightarrow{:3,6}$ m/s

m/s $\xrightarrow{.3,6}$ km/hod

XV. VZORCE

Obvody a obsahy rovinných útvarov					
ÚTVAR	**OBVOD**	**OBSAH**	**ÚTVAR**	**OBVOD**	**OBSAH**
Štvorec	O = 4.a	S= a^2 (S=a.a)	**Trojuholník**	O = a + b + c	$S = \frac{a.v_a}{2}$
Obdĺžnik	O = 2.a + 2.b	S = a.b	**Kruh/kružnica**	O = 2.π.r O = π.d	S = π.r^2
Kosoštvorec	O = 4.a	S = a.v_a	**Lichobežník**	O = a + b + c + d	$S = \frac{(a+c).v}{2}$
Kosodĺžnik	O = 2.a + 2.b	S = a.v_a	**Rovnobežník**	O = 2.a + 2.b	S = a.v_a

Objemy a povrchy priestorových útvarov					
ÚTVAR	**OBJEM**	**OBSAH (POVRCH)**	**ÚTVAR**	**OBJEM**	**OBSAH (POVRCH)**
Kocka	V = a^3	S = 6.a^2	**Ihlan**	$V = \frac{S_p.v}{3}$	S = S_p + S_{pl}
Kváder	V = a.b.c	S = 2.ab + 2.ac + 2.bc	**Kužeľ**	$V = \frac{\pi.r^2.v}{3}$	S = π.r^2 + π.r.s
Hranol	V = S_p.v	S = 2.S_p+S_{pl}	**Guľa**	$V = \frac{4.\pi.r^3}{3}$	S = 4.π.r^2
Valec	V = π.r^2.v	S = 2.π.r^2 + 2.π.r.v			